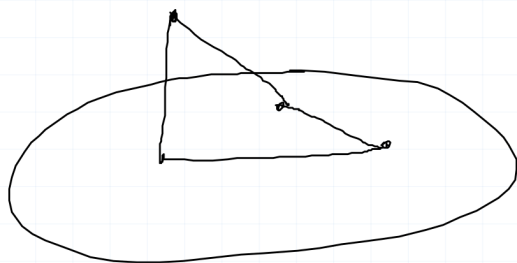


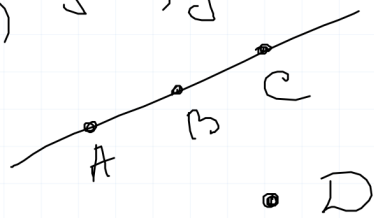
1.012. Можно ли провести плоскость через четыре произвольные точки пространства? Ответ обоснуйте.

Нет. Р.к. $\approx 1/2$ три точки проходят mn - τ и при этом только одна. \leftarrow 4^{ae} точка либо лежит в этой плоск-ти либо не лежит вне плоскости.

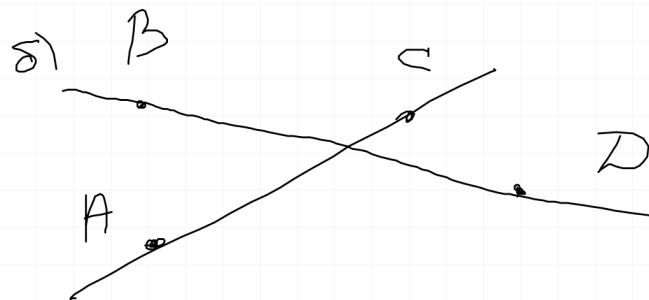


1.013. ☺ Точки A, B, C и D не принадлежат одной плоскости.
 а) Могут ли какие-то три из них принадлежать одной прямой? б) Могут ли прямые AC и BD пересекаться? Ответ обоснуйте.

а) Пусть, да.



Р.к. три точки на прямой, а 4-ая не лежит на прямой, тогда $2/2$ прямую и точку можно провести mn - τ (сн-ил и аксиомы) тогда все точки лежат в одной плоскости. \downarrow



Если да, то $2/2$ эти две пер-се прямые можно провести mn - τ

$\Rightarrow A, B, C$ и D - лежат в одной mn - τ .

⇒ Аксиома А1

Для любой плоскости пространства существует точка, ей не принадлежащая.

⇒ Аксиома А2

В любой плоскости пространства выполняются все аксиомы планиметрии.

⇒ Аксиома А3

Через любые три точки пространства, не принадлежащие одной прямой, проходит плоскость и притом только одна.

⇒ Аксиома А4

Если две точки прямой принадлежат плоскости, то и вся прямая принадлежит этой плоскости.

⇒ Аксиома А5

Если две плоскости имеют общую точку (пересекаются), то они пересекаются по прямой.

⇒ Аксиома А6

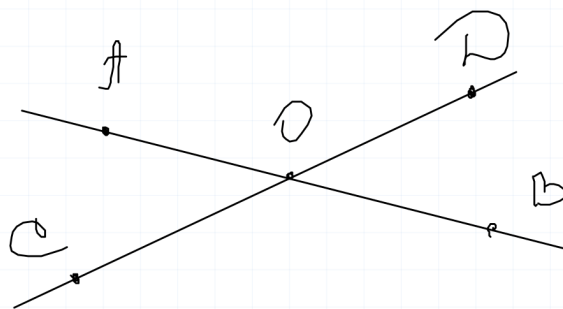
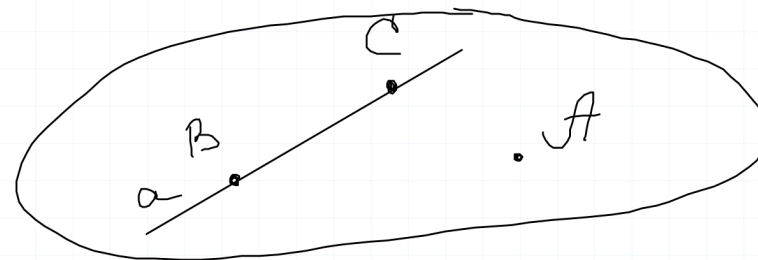
Расстояние между любыми двумя точками пространства одинаково для любой плоскости, проходящей через эти точки.

⇒ Теорема 2.1

Через прямую и не принадлежащую ей точку проходит плоскость и притом только одна.

⇒ Теорема 2.2

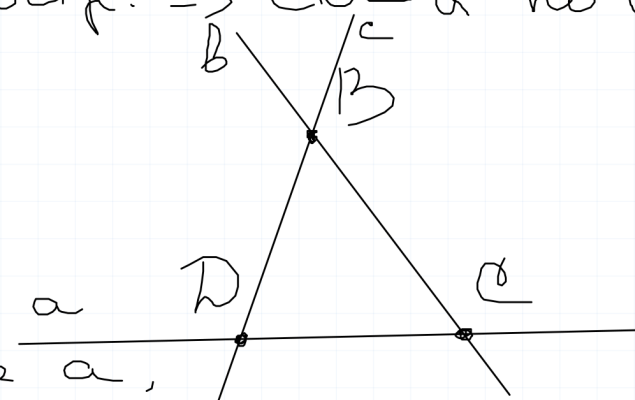
Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость и притом только одна.



2/3 AB и C проходит ед. м-р-во по м.2.1
 $O = CD \cap AB \Rightarrow O \in AB, \Rightarrow O \in \alpha$
 $C \in \alpha$ по постро. $\Rightarrow COC \subset \alpha$ по А.4
 $\Rightarrow CD \subset \alpha$

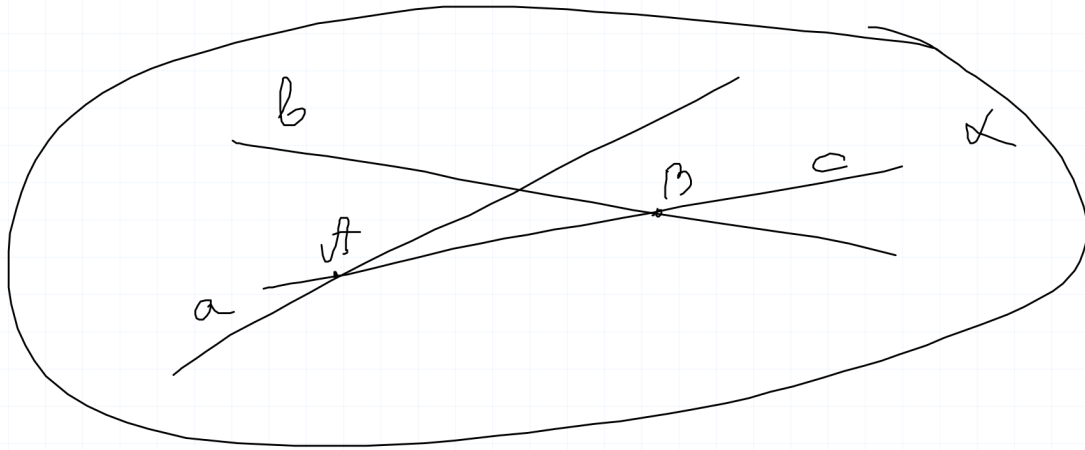
1.015. Даны прямая a и точка B , не принадлежащая прямой a . Докажите, что все прямые, проходящие через точку B и пересекающие прямую a , лежат в одной плоскости.

По м.2.1 2/3 a и B проходит ед. м-р-во.
Прямая, проходящая 2/3 B и пер-ая a ,



Имеет $2^{\text{д}}$ общих точки с плоскостью α , т.к. $B \in \alpha$ и $C \in \alpha$.
 ел-во по АЧ эта прямая лежит в α .

1.017. Лежат ли в одной плоскости прямые a , b и c , если любые две из них пересекаются, но не существует точки, принадлежащей всем трём прямым? Выполните рисунок.



2/3 прямые a и b
 проходят т.к. α (по т. 2.2)

$$c \cap a = A \quad c \cap b = B$$

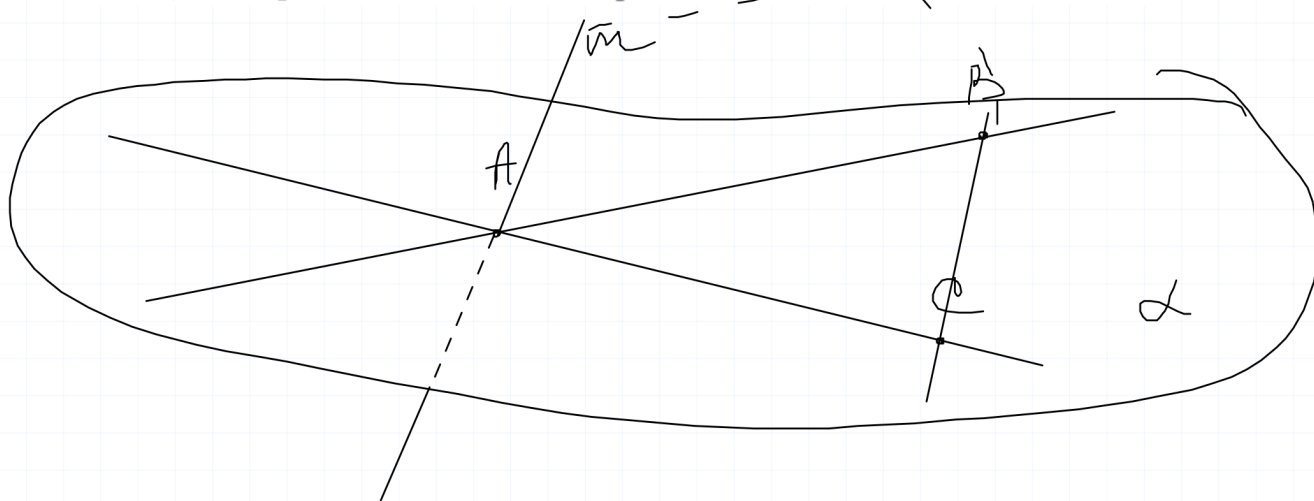
$$\begin{array}{c} \downarrow \\ A \in \alpha \\ A \in c \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ B \in \alpha \\ B \in c \end{array}$$

По АЧ прямая $c \subset \alpha$.

\Rightarrow Все три прямые лежат в одной плоскости

1.019. ☺ Через точку пересечения прямых AB и AC проведена прямая m , не лежащая с ними в одной плоскости. Докажите, что прямые m и BC не пересекаются.



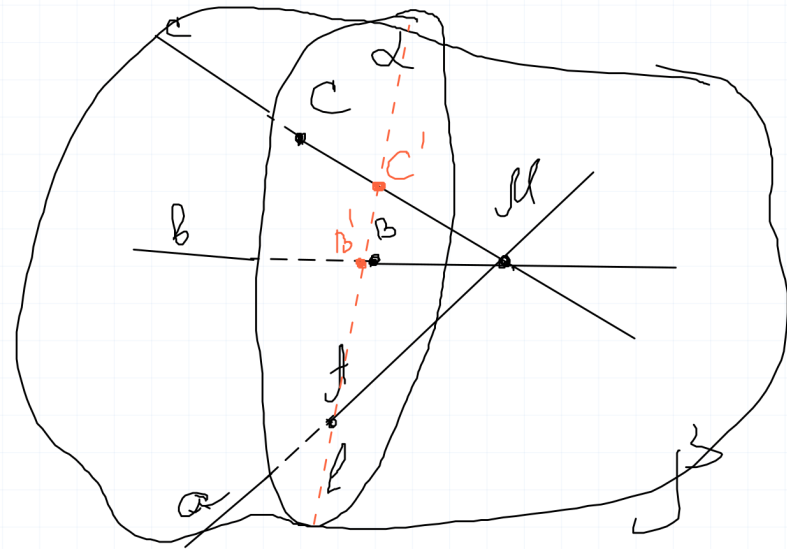
Предположим $m \cap BC = O$

$$\text{Тогда } \left. \begin{array}{l} A \in \alpha, A \in m \\ O \in \alpha, O \in m \end{array} \right\} \Rightarrow AO = m \cap \alpha$$

по АЧ противоречит условию

$\Rightarrow m$ и BC не пересекаются.

1.021. Прямые a, b и c проходят через точку M . Плоскость, не проходящая через точку M , пересекает прямые a, b и c в точках, не принадлежащих одной прямой. Докажите, что прямые a, b и c не лежат в одной плоскости.



Пусть прямые a, b и c лежат в одной плоскости. $A = a \cap \alpha$, тогда по А5 плоскость β пересекает a по прямой (f) проходящей $\approx \parallel \beta$.

В этом случае точка пересечения прямой b с $m-\text{пл} \alpha$ тоже $\in \beta$,

и прямая $c \cap \alpha$ в точке $\in \beta$, что противоречит условию: $m-\beta$ пересекает a, b и c в точках не принадлежащих одной прямой.

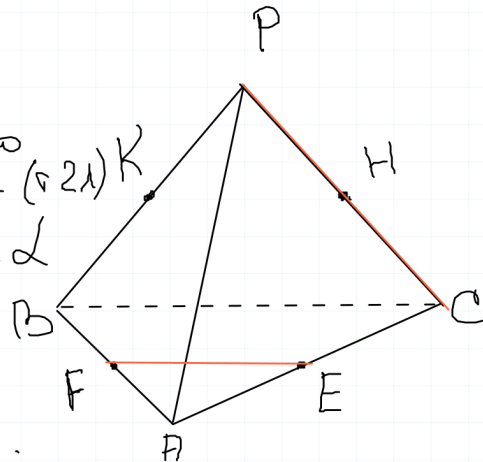
Сл-но, a, b и c не лежат в одной $m-m$.

z, m. g.

1.025. Точки H, E, F, K — середины рёбер соответственно PC, AC, AB, PB тетраэдра $PABC$. Можно ли провести плоскость через прямые: а) PC и HF ; б) PC и KE ; в) PC и EF ; г) HE и KF ; д) EF и KH ; е) HF и KE ?

а) $\approx \parallel$ PC и F можно провести $m-\text{пл} \alpha$ (с 21) K
 $F \in \alpha \quad H \in \alpha \Rightarrow FHC \in \alpha$
 по А4.

Или $PC \cap FH = H$
 по м 2.2 можно провести $m-\text{пл}$.



а) $PC \subset PBC$, $K \in PBC$, $EK \cap PBC = K$, $K \notin PC \Rightarrow$ прямые
скрещивающиеся \Rightarrow нельзя провести плоскость

б) $PC \subset APC$, $E \in APC$, $EF \cap APC = E$, $E \notin PC \Rightarrow$ прямые скрещивающиеся